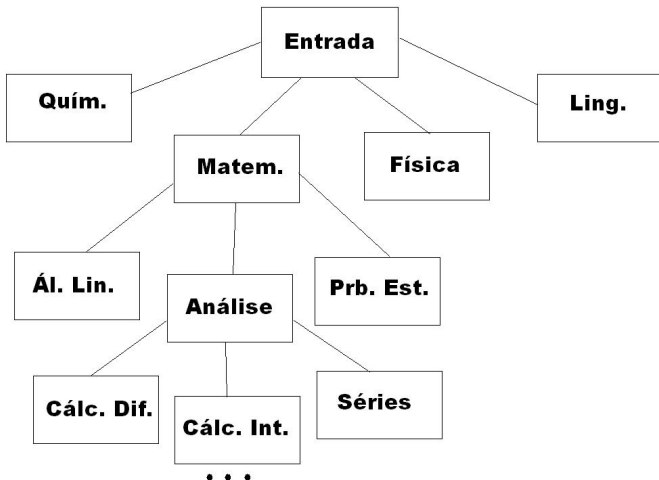


GERADOR DE EXERCÍCIOS

José João Dias de Almeida e Gueorgui Smirnov

EEUM + ECUM

Estrutura Geral: Base de exercícios



Query

#Title(Teste 2B/Exame de recurso/ Ficha de trabalho 3A);

%Aqui pode estar um texto em Latex ou um macro comando que cria o título

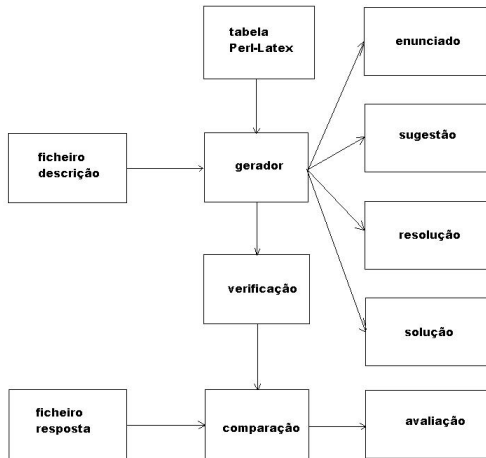
#Path=d:\Exercicios; %pasta no PC do utilizador, onde estão as listas

#MathematicalAnalysis\Derivatives\Exercise1(u=u1.list, du=du1.list, etc);

% por defeito utiliza-se as listas que o exercício já tem e que não podem ser alteradas

#MathematicalAnalysis\Integrals\Exercise1(v=vv2.list, Pu=Pu1.list, etc);

Estrutura Geral: Processamento de um exercício



Estruturação de exercícios: Equação de grau dois

#title: Equação quadrática

#let:

$a = [1, -1, 2, 1/2, 2/3, 3, 5];$

$x_1 = [0, 1, 1/2, 2, -1, -3/2, 5, 3];$

$x_2 = [1, 1/2, 2/3, -2, -1, -3, 2];$

$b = -\# a * (\# x_1 + \# x_2);$

$c = \# a * \# x_1 * \# x_2;$

$D = \# b ** 2 - 4 * \# a * \# c;$

#question:

Resolva a equação: $\$ \# a x^2 + \# b x + \# c = 0 \$$.

#sugestion:

As raízes de uma equação de grau dois calcula-se utilizando a fórmula:

$\$ \$$

$x_{\{1,2\}} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a},$

$\$ \$$

onde $\$ D = b^2 - 4ac \$$.

Estruturação de exercícios: Equação de grau dois

#resolution:

As raízes de uma equação de grau dois calcula-se utilizando a fórmula:

\$\$

$$x_{\{1,2\}} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a},$$

\$\$

onde $D = b^2 - 4ac$.

Discriminante desta equação é:

\$\$

$$D = \Delta.$$

\$\$

Portanto, as raízes são:

\$\$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot a = x_1$$

;\rm e\

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = x_2.$$

\$\$

Estruturação de exercícios: Equação de grau dois

```
#result:
$$
x_{1} = \#x_1,
$$
$$
x_{2} = \#x_2.
$$
#Verify:
\ set{ x_1 , x_2 } ;
```

Estruturação de exercícios: Derivada de produto

#title: Derivada do produto

#Let:

$v = [\sin(x), \cos(x), \exp(x)]$;

$u = [x, x^2, x^3]$;

$dv = [\cos(x), -\sin(x), \exp(x)]$;

$du = [1, 2x, 3x^2]$;

$v \sim dv$;

$u \sim du$;

$w = u \cdot v$;

$dw = du \cdot v + u \cdot dv$;

#Question:

Calcule a derivada da função: $f(x) = w$.

#Sugestion:

Utilize a fórmula $(uv)' = u'v + uv'$.

Estruturação de exercícios: Derivada de produto

#Resolution:

Utilizando a fórmula $(uv)' = u'v + uv'$ obtemos

\$\$

$$(uv)' = \#dw .$$

\$\$

#Result:

\$\$

$$(uv)' = \#dw .$$

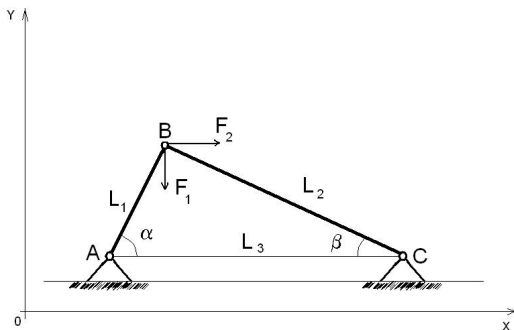
\$\$

#Verify:

function(dw , [-10 : -1 : 100] , [1 : 10 : 100]) ;

Estruturação de exercícios: Estática

Considere as barras AB e BC (veja o desenho) de comprimentos $L_1 = L_1$ e $L_2 = L_2$, respectivamente. A distância entre os pontos A e C é igual a $L_3 = L_3$. No ponto B são aplicadas as forças $F_1 = F_1$ (no sentido vertical) e $F_2 = F_2$ (no sentido horizontal). Encontre as forças aplicadas ao longo das barras AB e BC .



Estruturação de exercícios: Estática

As equações de equilíbrio são:

$$\sum F_x = 0 = F_{AB} \cos \alpha - F_{BC} \cos \beta + F_2,$$

$$\sum F_y = 0 = F_{AB} \sin \alpha + F_{BC} \sin \beta - F_1.$$

Para encontrar os senos e cossenos dos ângulos α e β consideremos as igualdades

$$L_1 \cos \alpha + L_2 \cos \beta = L_3,$$

$$L_1 \sin \alpha = L_2 \sin \beta.$$

Daqui obtemos

$$L_1^2 \cos^2 \alpha = (L_3 - L_2 \cos \beta)^2,$$

$$L_1^2 \sin^2 \alpha = L_2^2 \sin^2 \beta.$$

Adicionando estas igualdades encontramos

$$L_1^2 = L_3^2 - 2L_2L_3 \cos \beta + L_2^2.$$

Estruturação de exercícios: Estática

Portanto temos

$$\cos \beta = \frac{L_3^2 + L_2^2 - L_1^2}{2L_2L_3}.$$

Analogamente obtemos

$$\cos \alpha = \frac{L_3^2 + L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_3}.$$

Agora encontramos os senos:

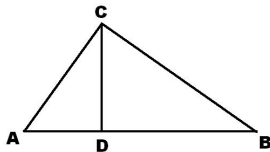
$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \quad \text{e} \quad \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta}.$$

Resolvendo o sistema das equações de equilíbrio obtemos

$$F_{AB} = \frac{F_1 \cos \beta - F_2 \sin \beta}{\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta} = F_{AB},$$

$$F_{BC} = \frac{F_1 \cos \alpha + F_2 \sin \alpha}{\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta} = F_{BC}.$$

Estruturação de exercícios: Geometria elementar



Temos AD e AB , $AC = ?$.

$$\triangle ACD \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AC = \sqrt{AD \cdot AB}.$$

Temos BD e AB , $BC = ?$.

$$\triangle BCD \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{BC}{AB} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow BC = \sqrt{BD \cdot AB}.$$

Temos BD e AD , $CD = ?$.

$$\triangle ACD \sim \triangle BCD \Rightarrow \frac{CD}{BD} = \frac{AD}{CD} \Rightarrow CD = \sqrt{BD \cdot AD}.$$